

## Analiza varijanse

Ovo poglavlje objašnjava kako se testira nulta hipoteza da su aritmetičke sredine više od dva osnovna skupa jednake

**12.2** Izračunajte kritične  $F$  vrednosti za sledeće situacije:

- a.  $df = (6, 12)$  i površinu na desnom kraju krive  $= 0,05$ .
- b.  $df = (4, 18)$  i površinu na desnom kraju krive  $= 0,05$ .
- c.  $df = (12, 6)$  i površinu na desnom kraju krive  $= 0,05$ .

Da bismo koristili test jednofaktorske ANOVA, moraju biti ispunjene sledeće pretpostavke.

1. Osnovni skupovi iz kojih se uzimaju uzorci imaju (aproksimativno) normalnu raspodelu.
2. Osnovni skupovi iz kojih se uzimaju uzorci imaju jednaku varijansu (ili standardnu devijaciju).
3. Uzorci uzeti iz različitih osnovnih skupova su slučajni i nezavisni
4. Ako su uzorci jednake veličine ANOVA je neosetljiva na narušavanje pretpostavki o normalnosti osnovnih skupova i homogenosti varijansi, a nije na neslučajne uzorke. Dakle, ako su narušene pretpostavke o normalnosti i homogenosti, potrebno je da uzorci budu jednaki i slučajni.

Zbog lakšeg računanja, dobijene vrednosti često beležimo u tabeli, koja se zove *ANOVA tabela*.

| Izvor varijacija | Broj stepeni slobode | Suma kvadrata | Srednji kvadrat | Vrednost statistike testa |
|------------------|----------------------|---------------|-----------------|---------------------------|
| Između           | $k - 1$              | $S_A$         | $V_A$           | $F = \frac{V_A}{V_R}$     |
| Unutar           | $n - k$              | $S_R$         | $V_R$           |                           |
| Ukupno           | $n - 1$              | $S_T$         |                 |                           |

**11.15** U sledećoj ANOVA tabeli, zasnovanoj na informacijama dobijenim iz četiri uzorka koji su izabrani iz četiri nezavisna osnovna skupa, sa normalnom raspodelom i jednakim varijansama, nedostaje nekoliko vrednosti.

| Izvor varijacije | Broj stepeni slobode | Suma kvadrata | Srednji kvadrat | Realizovana vrednost statistike testa |
|------------------|----------------------|---------------|-----------------|---------------------------------------|
| Između           |                      |               |                 | $F = \frac{\quad}{\quad} = 4,07$      |
| Unutar           | 15                   |               | 9,2154          |                                       |
| Ukupno           | 18                   |               |                 |                                       |

- a. Izračunajte vrednosti koje nedostaju i dopunite ANOVA tabelu.
- b. Šta možete da zaključite kada testirate nultu hipotezu da su aritmetičke sredine sva četiri osnovna skupa jednake, nasuprot alternativne hipoteze da aritmetičke sredine sva četiri osnovna skupa nisu jednake (nivo značajnosti 0,05)?

**12.16** U sledećoj tabeli prikazani su brojevi koji označavaju broj časova koje je 25 slučajno izabranih studenata iz tri različite starosne grupe na jednom koledžu propustilo tokom semestra.

| Ispod 25 | 25 do 30 | 31 i više |
|----------|----------|-----------|
| 19       | 9        | 5         |
| 13       | 6        | 8         |
| 25       | 11       | 2         |
| 10       | 14       | 3         |
| 19       | 5        | 10        |
| 4        | 9        | 9         |
| 15       | 3        |           |
| 10       | 11       |           |
| 16       | 18       |           |
| 9        |          |           |

- a. Testirajte hipotezu da su aritmetičke sredine propuštenih časova tokom semestra kod svih studenata iz svake od starosnih grupa jednake. Napišite nultu i alternativnu hipotezu.
- b. Koliki je broj stepeni slobode za brojilac i imenilac?
- c. Izračunajte  $S_A$ ,  $S_R$  i  $S_T$ .
- d. Pokažite oblasti neodbacivanja i odbacivanja na krivoj  $F$  raspodele za  $\alpha = 0,01$ .
- e. Izračunajte varijanse između uzoraka i unutar uzoraka.
- f. Kolika je kritična vrednost  $F$  za  $\alpha = 0,01$ ?
- g. Kolika je izračunata vrednost statistike  $F$  testa?
- h. Napišite ANOVA tabelu za ovu vežbu.
- i. Da li ćete odbaciti nultu hipotezu koju ste napisali u delu zadatka pod a. i pri nivou značajnosti od 1%?

**12.17** Agencija za zaštitu potrošača želi da proveri da li su jednake aritmetičke sredine veka trajanja za četiri brenda akumulatora koji se prodaju po skoro istoj ceni. Ta agencija je na slučajan način oizabrala po nekoliko akumulatora svakog od brendova i testirala ih. U sledećoj tabeli prikazane su dužine trajanja tih akumulatora u hiljadama sati.

| Brend A | Brend B | Brend C | Brend D |
|---------|---------|---------|---------|
| 74      | 53      | 57      | 56      |
| 78      | 51      | 71      | 51      |
| 51      | 47      | 81      | 49      |
| 56      | 59      | 77      | 43      |
| 65      |         | 68      |         |

- a. Na nivou značajnosti od 5%, da li ćete odbaciti nultu hipotezu da je aritmetička sredina veka trajanja svakog od ova četiri brenda jednaka?
- b. Koja greška I vrste se javlja u ovom slučaju i kolika je verovatnoća da će do takve greške doći? Objasnite.

## Ispitni zadaci:

1. [Jun, 2009, D grupa] Mesečni izdaci za potrošnju voća na osnovu uzorka od ukupno 15 domaćinstava s obzirom na visinu prihoda domaćinstava su sledeći:

| Visina prihoda u evrima |         |            |
|-------------------------|---------|------------|
| Do 500                  | 500-800 | 800 i više |
| 20                      | 20      | 34         |
| 25                      | 28      | 37         |
| 27                      | 34      | 32         |
| 30                      | 20      | 34         |
| 30                      | 25      | 35         |

Ispitati da li visina prihoda sistematski utiče na varijabilitet u potrošnji voća. ( $\alpha=0,05$ )

2. [Jun, 2009, IV grupa] U tri grupe sportista sa različitim metodima pripremnih treninga, uspeh (meren postignutim vremenom na 1500 m) normalno je raspoređen, sa međusobno jednakim varijansama. Iz prve grupe od 180 sportista na slučajan način je izabrano 5 sportista i zabeležena su njihova vremena (u minutima): 4, 4, 5, 6, 7. Iz druge grupe od 160 sportista takođe na slučajan način je izabrano 5 sportista i zabeležena su sledeća vremena (u minutima): 5, 5, 4, 7, 7, a iz treće grupe od 130 sportista izabrani su sportisti čija su vremena: 5, 6, 8, 8, 4. Ispitajte da li uspeh po grupama sportista razlikuje.

3.